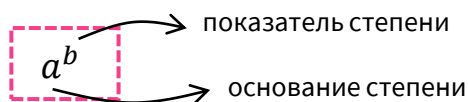


Показательные выражения и уравнения

Степенью называется выражение:



С натуральным показателем

$$a^n \rightarrow \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

С целым показателем

$$a^{-n} \rightarrow \frac{1}{a^n}$$

С рациональным показателем

$$\frac{n}{a^m} \rightarrow \sqrt[m]{a^n}$$

Свойства степеней

Произведение степеней

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

Частное степеней

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

Возведение степени в степень

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Показательные уравнения

Показательными называются уравнения, содержащие переменную в показатели степеней

ТЕОРЕМА

Если $a > 0, a \neq 1$, то

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \rightarrow f(x) = g(x)$$

Следствие №1

Если $b \leq 0$, то

$$a^{f(x)} = b \rightarrow \text{Нет решения}$$

Следствие №2

Если $a > 0, a \neq 1$, то

$$a^{f(x)} = 1 \rightarrow f(x) = 0$$

Следствие №3

Если $a > 0, a \neq 1$, то

$$a^{f(x)} = a^n \rightarrow f(x) = n$$

Следствие №4

Если $a > 0, a \neq 1$, то

$$a^{f(x)} = b^{f(x)} \rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^{f(x)} = 1 \rightarrow f(x) = 0$$

ПРАКТИКА

1. Найдите значение выражения $x + 5^{2x+1} \cdot 25^{-x}$ при $x = 7$

Решение:

2. Найдите значение выражения $x \cdot 7^{2x-3} \cdot 49^{2-x}$ при $x = 4$

Решение:

3. Найдите значение выражения $(b^{\sqrt{2}})^{2\sqrt{2}}$ при $b = 2$

Решение:

4. Найдите значение выражения $\frac{(b^{\sqrt{5}})^{2\sqrt{5}}}{b^{12}}$ при $b = 0,5$

Решение:

5. Найдите значение выражения $\frac{b^{\sqrt{7}+7}}{b^{\sqrt{7}+8}}$ при $b = 0,2$

Решение:

ПРАКТИКА

6. Найдите значение выражения $(b^{\sqrt{3}+2})^{\sqrt{3}-2}$ при $b = 0,4$

Решение:

7. Найдите значение выражения $x + 6^{2x+1} : 36^x$ при $x = 5$

Решение:

8. Найдите значение выражения $x : 5^{2x+1} \cdot 25^{x-1}$ при $x = 25$

Решение:

9. Найдите значение выражения $\frac{f(x-7)}{f(x-6)}$, если $f(x) = 5^x$

Решение:

10. Найдите значение выражения $g(x-7) \cdot g(7,5-x)$, если $g(x) = 25^x$

Решение: