

# ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ. ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

## Определение тригонометрических функций

$$\sin \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

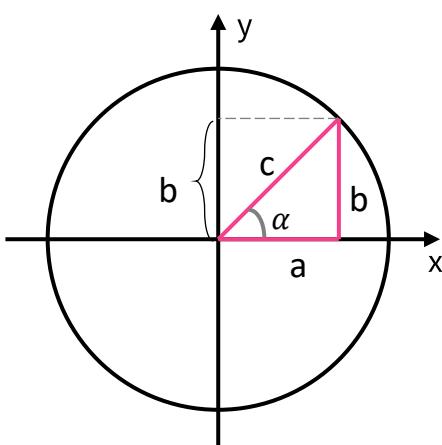
$$\cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$$



## Построение тригонометрической окружности



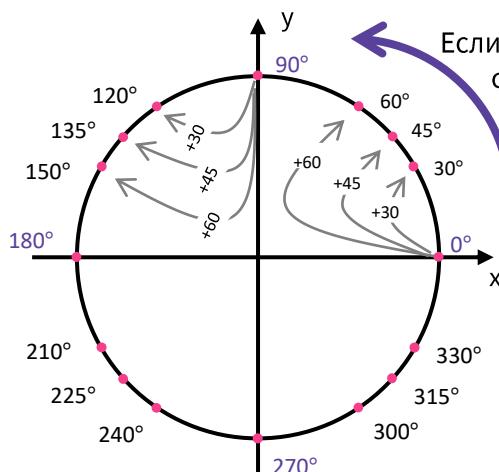
Тригонометрическая окружность – окружность единичного радиуса с центром в начале координат.

Представим внутри этой окружности прямоугольный треугольник. Гипотенуза равна радиусу окружности, следовательно  $c = 1$

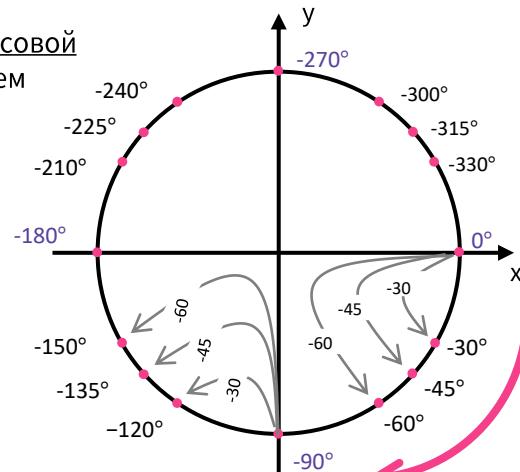
$\sin \alpha = \frac{b}{c} = b$  – значение синуса можно узнать по вертикальной оси координат. Ось у – ось синуса

$\cos \alpha = \frac{a}{c} = a$  – значение косинуса можно узнать по горизонтальной оси координат. Ось Ох – ось косинуса

## Как расставлять градусы на окружности?



Если двигаемся против часовой стрелки, то прибавляем градусы



Если двигаемся по часовой стрелке, то вычитаем градусы

**Связь градусов и радиан**

$$\pi = 180^\circ$$

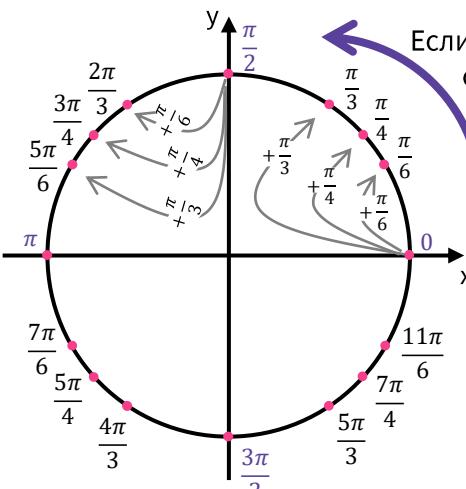
$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$x^\circ = \frac{x^\circ \cdot \pi}{180^\circ}$$

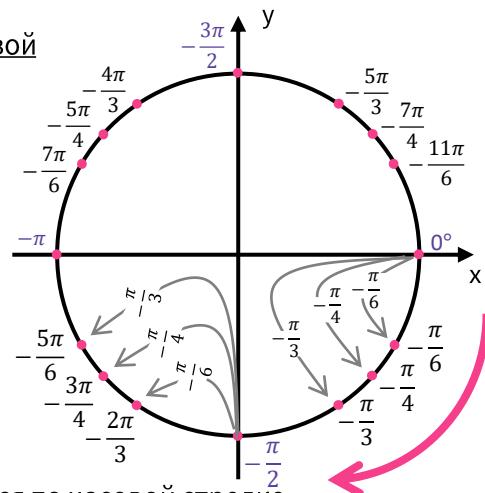
**Пример:**

$$30^\circ = \frac{30^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}$$

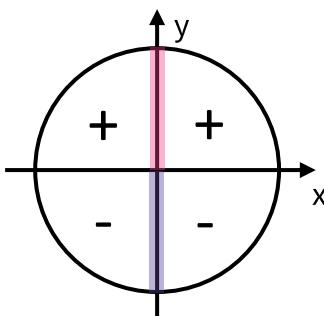
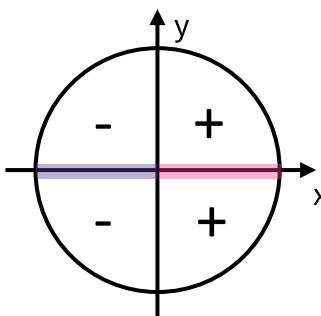
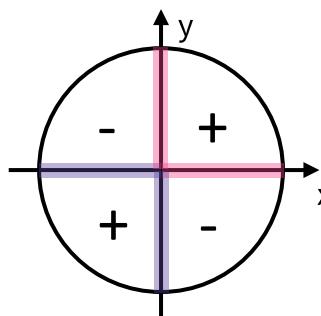
$$45^\circ = \frac{45^\circ \cdot \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{4}$$

**Как расставлять радианы на окружности?**

Если двигаемся против часовой  
стрелки, то прибавляем  
радианы



Если двигаемся по часовой стрелке,  
то вычитаем радианы

**Знаки тригонометрических функций** $\sin \alpha$  $\cos \alpha$  $\tg \alpha$ ,  $\ctg \alpha$ 

$$\tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

**Табличные значения тригонометрических функций****Лайфхак:** как легко запомнить таблицу тригонометрических функций

Рисуем таблицу:

1. Заполним значения синусов, используя выражение  $\frac{\sqrt{x}}{2}$ . Подставляем значения  $x = 0, 1, 2, 3, 4$  для углов  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  соответственно.

2. Заполним значения косинусов, используя выражение  $\frac{\sqrt{x}}{2}$ . Подставляем значения  $x = 4, 3, 2, 1, 0$  для углов  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  соответственно.

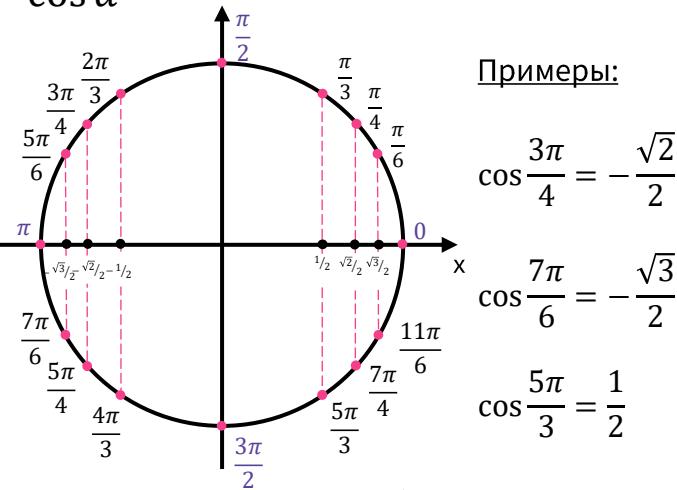
3. Заполним значения тангенсов:  $\tg \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ .

4. Заполним значения котангенсов:  $\ctg \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ .

## Таблица значений тригонометрических функций

	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-
$\operatorname{ctg} \alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

## Как определить значение функции по окружности?

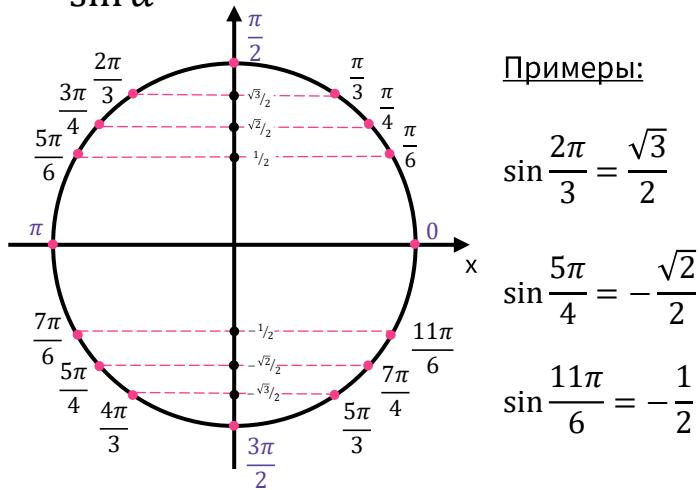
 $\cos \alpha$ 

Примеры:

$$\cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

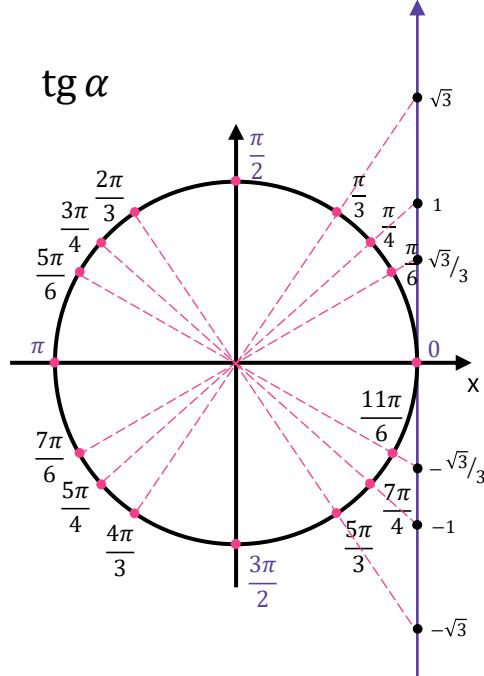
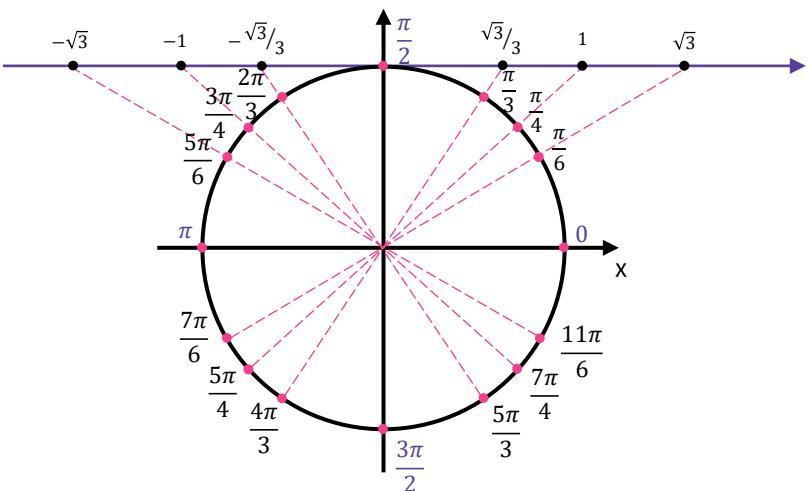
 $\sin \alpha$ 

Примеры:

$$\sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \frac{11\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

 $\operatorname{tg} \alpha$  $\operatorname{ctg} \alpha$ 

## Свойства четности и нечетности функций

### СИНУС

$\sin \alpha$  - нечетная

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

### КОСИНУС

$\cos \alpha$  - четная

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

### ТАНГЕНС

$\operatorname{tg} \alpha$  - нечетная

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

### КОТАНГЕНС

$\operatorname{ctg} \alpha$  - нечетная

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

## Основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

\*дано в КИМе

$$\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

Пример:

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$  и  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

Решение:

Так как  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$  – вторая четверть, значит косинус будет отрицательным. Берем формулу с минусом перед корнем.

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{7}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Пример:

Найдите  $\sin \alpha$ , если  $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{15}}{4}$  и  $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$

Решение:

Так как  $\alpha \in (\pi; 1,5\pi)$  – третья четверть, значит синус будет отрицательным. Берем формулу с минусом перед корнем.

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{15}{16}} = -\sqrt{\frac{1}{16}} = -\frac{1}{4} = -0,25$$