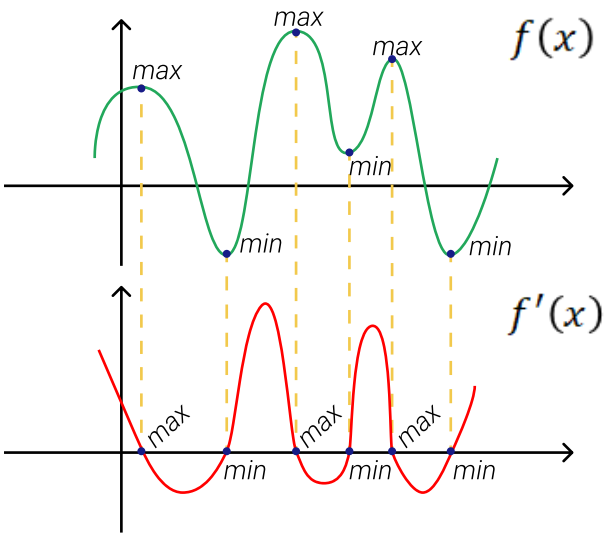
ПРОИЗВОДНАЯ

СВЯЗЬ ГРАФИКА ФУНКЦИИ И ЕЕ ПРОИЗВОДНОЙ



ФУНКЦИЯ	ПРОИЗВОДНАЯ
$f(x)$ возрастает	$f'(x)>0$ выше оси 0x
$f(x)$ убывает	$f'(x)<0$ ниже оси 0x
Точка min/max	$f'(x)=0$ Пересекает ось 0x
Точка max	График производной идет из + в -
Точка min	График производной идет из - в +

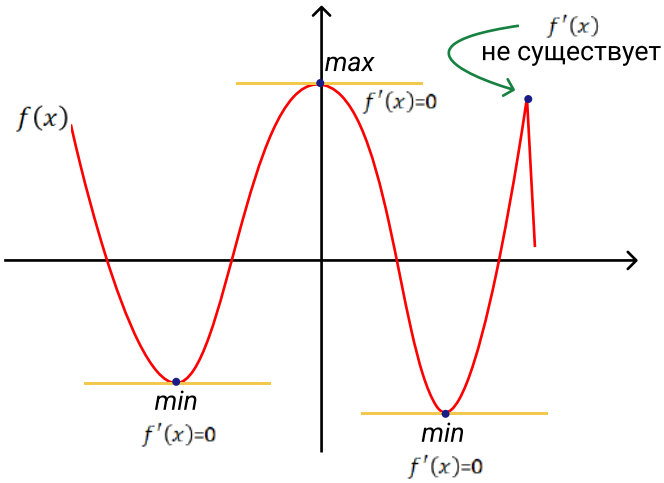
КРИТИЧЕСКИЕ ТОЧКИ

Критические точки

- Экстремумы
  - Точки min
  - Точки max

Функция достигает **min/max** значения в точках **экстремума**, значит **производная в этих точках равна нулю**

- Точки, в которых производная не существует



ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ

Уравнение линейной функции имеет следующий вид:

$$y = kx + b$$

Угловой коэффициент прямой

$$k = tg\ \alpha$$

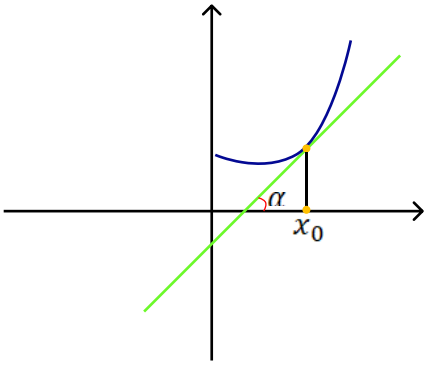
Тангенс угла наклона между прямой и положительным направлением оси Ox

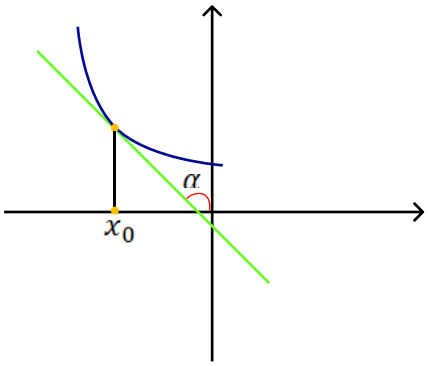
Производная функции f(x) в точке x_0 равна угловому коэффициенту k касательной к графику в данной точке:

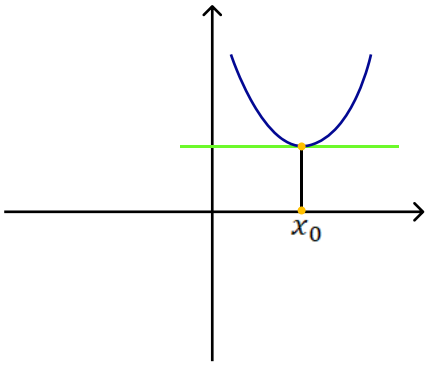
$$f'(x_0) = k$$

$$\boxed{f'(x_0) = k = tg\ \alpha}$$

СЛУЧАИ РАСПОЛОЖЕНИЯ КАСАТЕЛЬНОЙ



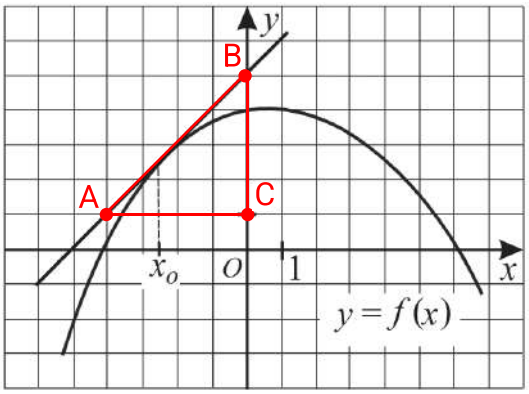




Функция в точке x_0 возрастает	Функция в точке x_0 убывает	Функция в точке x_0 не убывает и не возрастает
↓	↓	↓
Касательная в этой точке тоже возрастает	Касательная в этой точке тоже убывает	Касательная в этой точке параллельна оси Ox
↓	↓	↓
$k > 0$	$k < 0$	$k = 0$
↓	↓	↓
$f'(x_0) = tg\ \alpha > 0$	$f'(x) = tg\ \alpha < 0$	$f'(x) = tg\ \alpha = 0$
↓	↓	↓
α – острый	α – тупой	Точка x_0, в которой производная равна нулю, называется **экстремумом**

ПРИМЕР:

На рисунке изображён график функции y=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции f(x) в точке x_0.



РЕШЕНИЕ:

1. Касательная к графику возрастает, следовательно:

$$f'(x_0) = tg\ \alpha > 0$$

2. Для того, чтобы правильно найти производную, найдем тангенс угла наклона между касательной и положительным направлением оси Ox. Для этого достроим касательную до треугольника ABC. Получаем:

$$f'(x) = tg\angle BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{4} = 1$$

ОТВЕТ: 1